



# 第一讲 绪论

## § 1.3 数的产生与发展

# 数的起源

“数和形的概念不是从其它任何地方，而是从现实世界中得来的。”

对数的起源的进程归结为：依赖于本能感觉，形成一一对应的计数方法，建立集合的等价关系并给出其一个标准（或代表集合）规定符号。

数感，即感知事物多少的心理能力。

原始人类较早的“有”与“无”、“多”与“少”的认识

某些鸟类和黄蜂具有数感，例如，乌鸦的数感

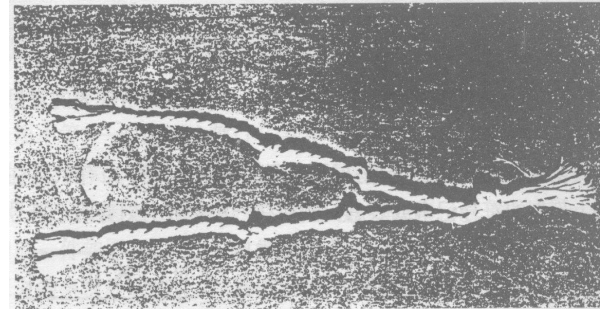
# 数的表示方法

## 结绳与书契结绳法

结绳记数；出现“三头牛，五只羊”；把数从具体事物的集合分离出来，形成抽象的正整数概念，并有了代表它的符号）最早出现在印加帝国，是利用一种十进的位置值系统在绳上打结的记事方式。

◆结绳记数成为人类早期表示记数的方法

台湾高山族的结绳（现藏中央民族大学）  
中国古籍上记有伏羲“结绳而治”。



自然数的产生起源于人类在生产和生活中记数的需要（三个阶段：结绳记数；出现“三头牛，五只羊”；把数从具体事物的集合分离出来，形成抽象的正整数概念，并有了代表它的符号）

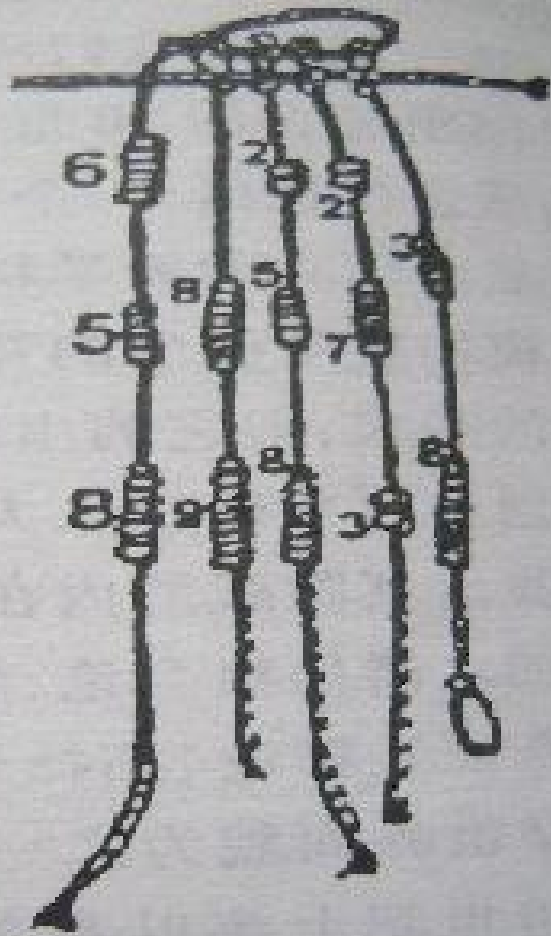
结绳法最早出现在印加帝国，是利用一种十进的位置值系统在绳上打结的记事方式。

## ■ 结绳记数成为人类早期表示记数的方法

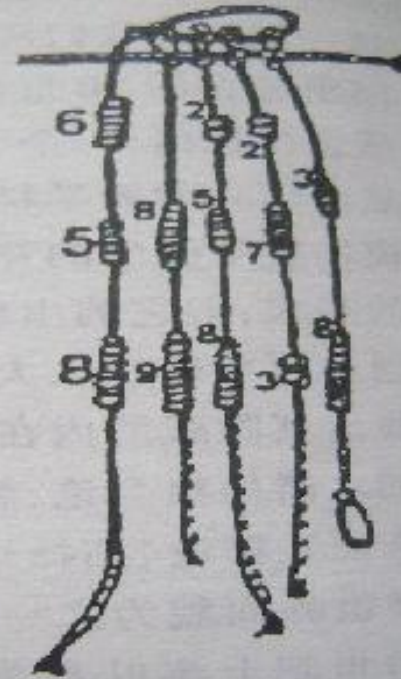


日本琉球群岛的结绳

在干绳最远的一行  
一个结代表1，次远  
的一个结代表10，如  
此等等。



现藏美国自然史博  
物馆的印加记数基普



现藏美国自然史博  
物馆的印加记数基普



秘鲁的印第安人的结绳法



中国的甲骨文计数法

“书契”，就是刻划。“书”是划痕，“契”是刻痕如，在青海，1974年至1978年出土一批带刻口的骨片，是新石器时代末期用于记事、记数的实物。新石器时代中晚期的遗址（西安半坡、山东城子崖等都出现了数字符号。

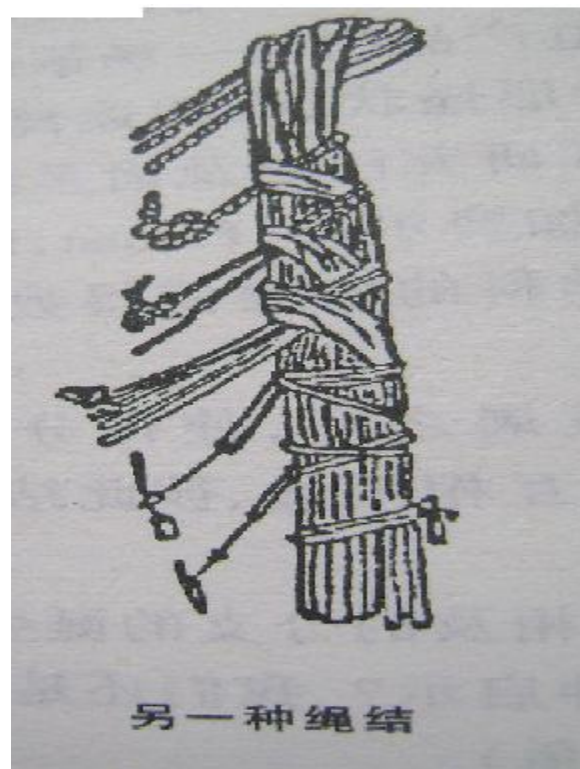
商代的甲骨文“金文”（“钟鼎文”或“彝铭”）的十进制。个、十、百、千、万五个十进制的数字（尽管表达形式尚不统一）都能准确无误的给以表达。商代对于数字的表述尚未形成位值制，但在沿袭前人数字符号表示法的基础上，又创造了百、千、万等数字名称。

表示数的符号在人类历史上经历了漫长的演变过程，一直到1522年所谓阿拉伯数码（叫印度数码更确切些）才被世界各国所接受。中国到1892年才开始采用阿拉伯数码，但数的写法还是竖写，直到20世纪才采用现代写法。



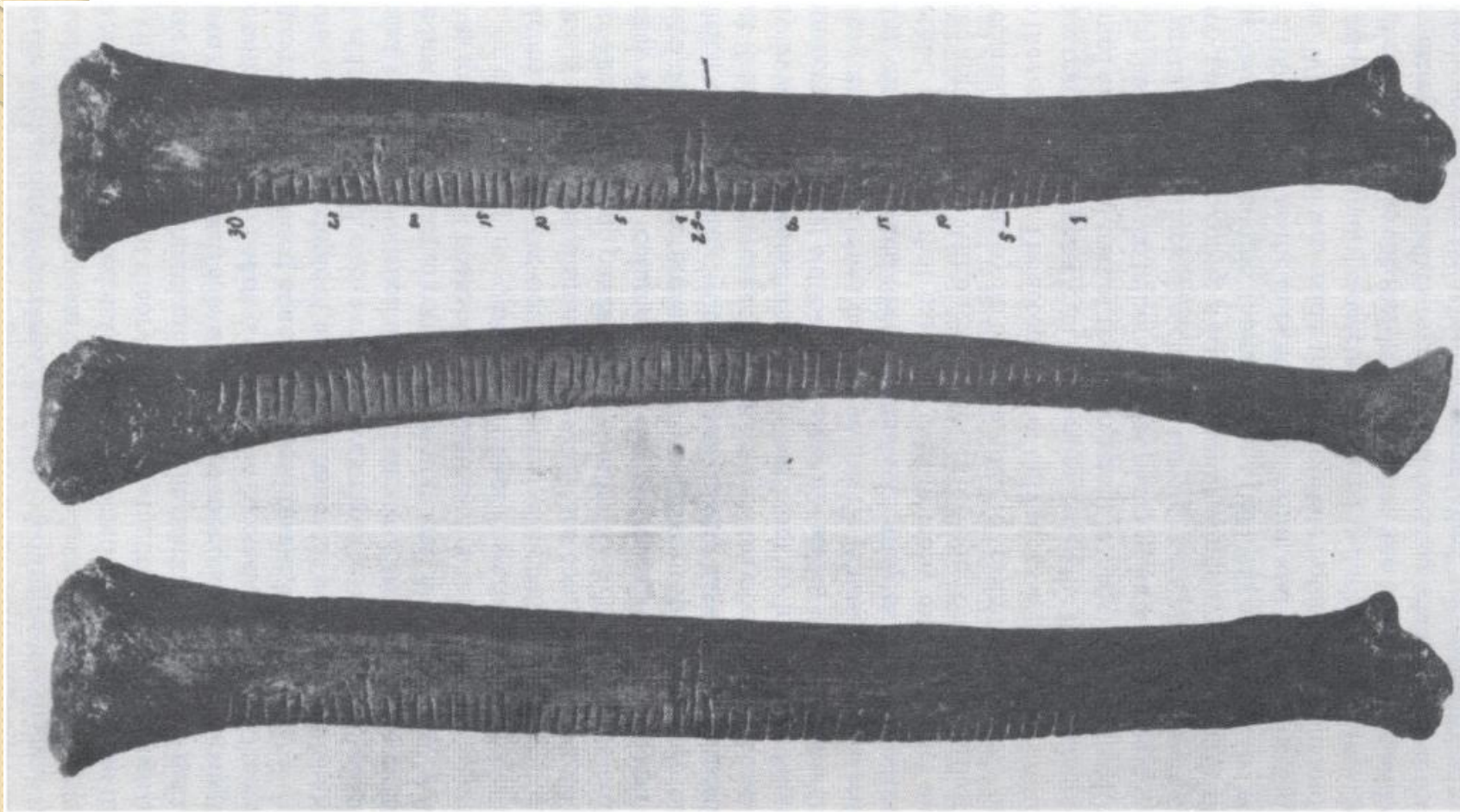
我国古代的甲骨文中的“数”字，左边表示打结的绳，右边是一只手，表示古人用结绳记数

《易·系辞》载：“上古结绳而治，后世圣人易之以书目契。”



另一种绳结

# 捷克摩拉维亚狼骨（约三万年前）



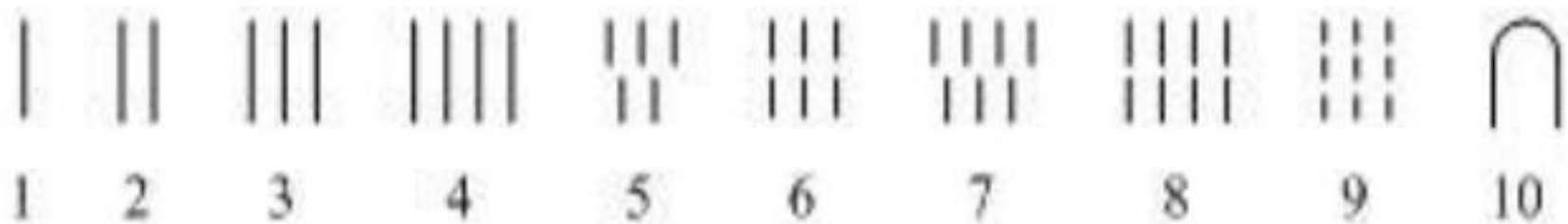
# 记数

- 刻痕记数是人类最早的数学活动，考古发现有3万年前的狼骨上的刻痕。
- 古埃及的象形数字出现在约公元前3400年；
- 巴比伦的楔形数字出现在约公元前2400年；
- 中国的甲骨文数字出现在约公元前1600年。
- 古埃及的纸草书和羊皮书及巴比伦的泥板文书记载了早期数学的内容，年代可以追溯到公元前2000年，其中甚至有“整勾股数”及二次方程求解的记录。

# 1. 古埃及的记数符号和记数方法

- 古埃及人在不朽的金字塔和石碑上留下了他们的数字符号。古埃及的数学著作，写在一种又薄又脆的纸草卷上。现存的著名的“兰德纸草卷”（公元前1650年）记载了85道算术题，比它早两个世纪的“莫斯科草卷”记载了25道算术题。这些草卷表明，古埃及人已经采用了系统的十进制数字符号。

























# 古埃及象形数字 (公元前3400年左右)



## 2. 古代巴比伦的记数符号和记数方法

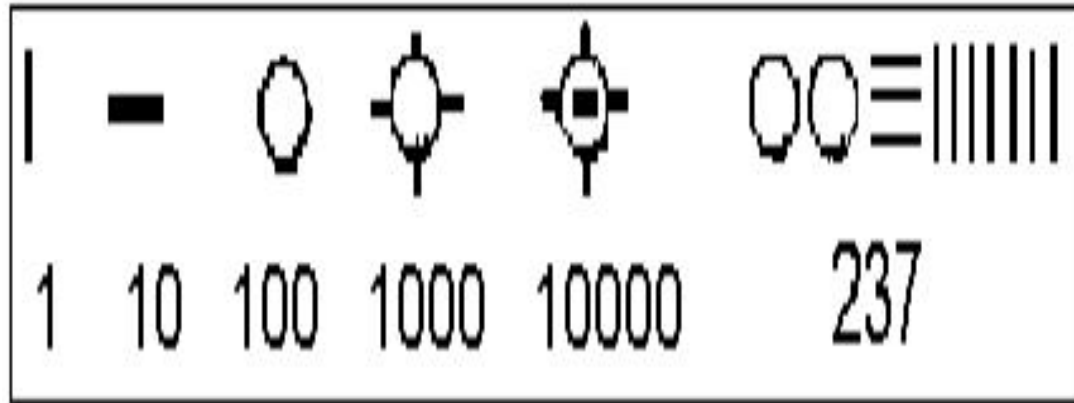
- 两河流域（今伊拉克一带）的巴比伦人，把他们特有的数字符号写在泥板上并烧制成砖保存下来。巴比伦数字是是一种“钉头”形状的符号，是“十进制”与“六十进制”并用的记数方法。

# 古巴比伦楔形数字 (公元前2400年左右)

			 或 			 或 			
1	2	3	4	5	6	7			
									
8	9	10	11	12	20	30	40	50	
									
	60	70	80	120	130				

### 3. 古代克里特和古希腊的记数符号和记数方法

- 在希腊的荷马史诗中描写过的地中海明珠——克里特岛，在公元前两千年出现了一种数字符号系统，它与古埃及数字符号系统有相似之处，但写法作了些简化。其基本符号有：个位数起初用用黑点（后来改用一竖），十位数用一横，百位数用圆圈，千位数用圆圈带短道，万位数用千位数符号的圆圈中加一短横。此外还有表示相加的特殊方法。



古克里特记数符号

Aa	Bb	Gg	Dd	Ee	Ff	Zz	Hh	Qq
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ii	Kk	Dd	Mm	Nn	Xx	Oo	Pp	Qq
10	20	30	40	50	60	70	80	90
Rr	Ss	Tt	Uu	Ff	Cc	Yy	Ww	Шш
100	200	300	400	500	600	700	800	900

古希腊记数符号

# 希腊阿提卡数字 (公元前500年左右)

┆		∟ (∏)	Δ	√Δ	Η
1	2	5	10	50	100
√Η	Χ	√Χ	Μ	√Μ	
500	1000	5000	10000	50000	

## 4. 古罗马的记数符号和记数方法

- 公元前五世纪，在阿提卡数字符号系统的影响下生了罗马记数法。
- 罗马记数法采用十进制与五进制相结合，7个基本符号中有4个符号（I、X、C、M）建立在十进制基础上，三个符号（V、L、D）建立在五进制基础上。在记数法中，不仅使用了加法，而且使用了减法。例如，11，写成XI，是X（10）加I（1）；4写成IV，而不是写成IIII（4个I），IV表示V（5）减I

1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
10	20	30	40	50	60	70	80	90
X	XX	XXX	XL	L	LX	LXX	LXXX	XCC

I    V    X    L    C    D    M

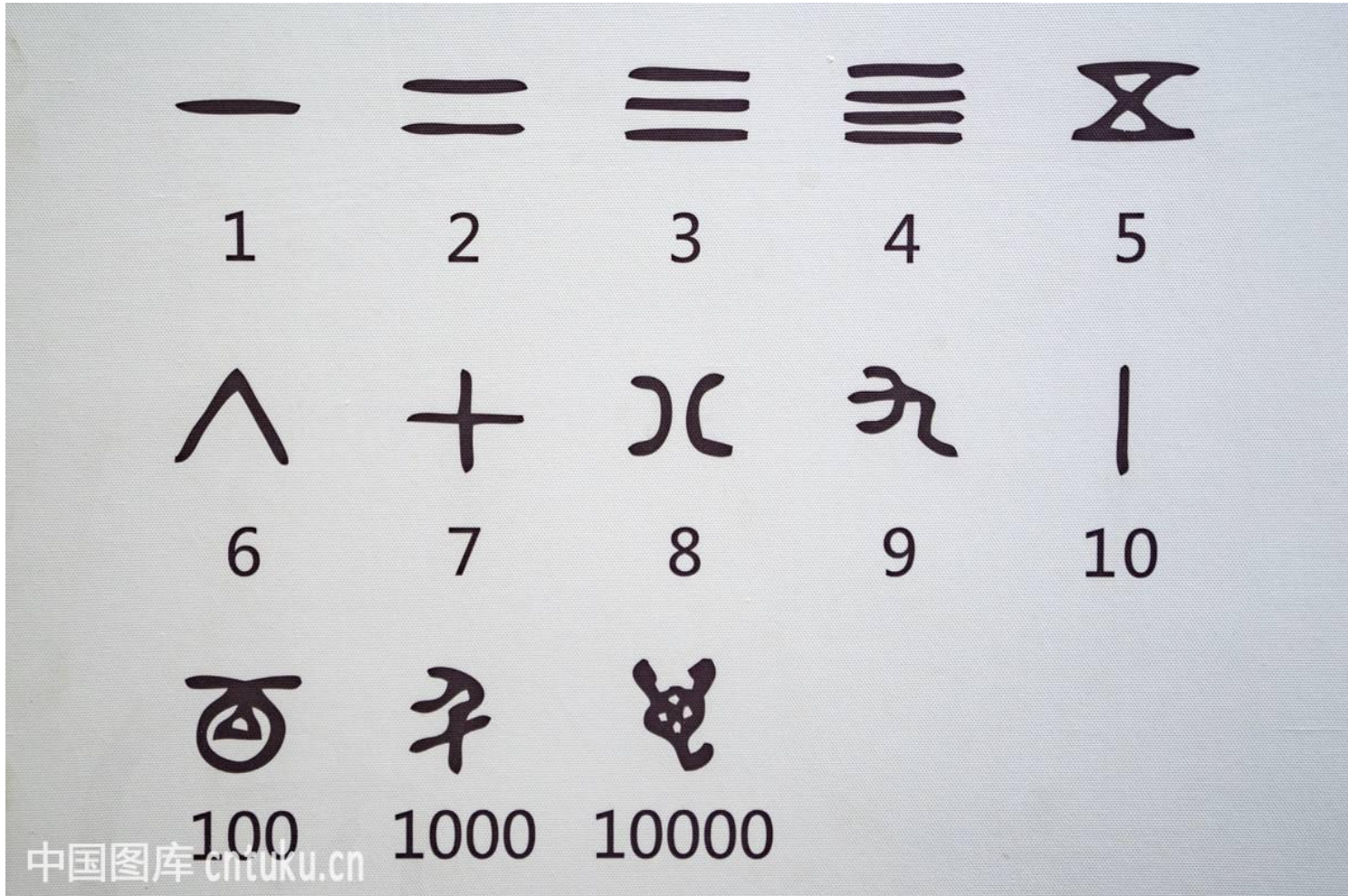
1    5    10    50    100    500    1000

加法表示数示例    VI = V + I = 6    CX = C + X = 110

减法表示数示例    IV = V - I = 4    XC = C - X = 90

古罗马记数符号

# 中国甲骨文数字 (公元前1600年左右)



# 5. 古代中国的记数符号和记数方法

- 现在发现的我国最早的数字，是记录在公元前1400年前的殷代甲骨文上的。周代青铜器铭文中的数字写法，与甲骨文大同小异
- 我国古代的的计算方法，不是用记数文字直接进行的，而是借助一种“算筹”。上古时代，人们用树枝来计数，后来逐渐形成一套计算办法，小树枝也逐渐变成了竹、铁、牙制的“算筹”。利用算筹可以进行整数和分数的加、减、乘、除、开方等各种运算。直到明代，两千多年间，这种算筹一直是我国的主要计算工具。最早出现算筹数字，据说是公元前四世纪的战国时代。

殷甲  
骨文

—	=	≡	≡	⌘	∩	+	)(	九		⊖	千	⊗
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1000	10000

周秦  
金文

—	=	≡	≡	≡	∩	+	)(	九	丨	⊗	千	⊗
			⊖	⌘								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1000	10000

算筹






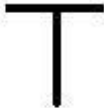
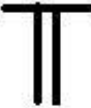
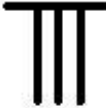







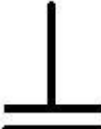
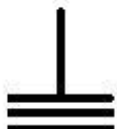
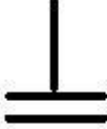
— = ≡ × 〇 ⊥ ⊥ ⊥ 火

| || ||| × 〇 T Π Π 又

1 2 3 4 5 6 7 8 9

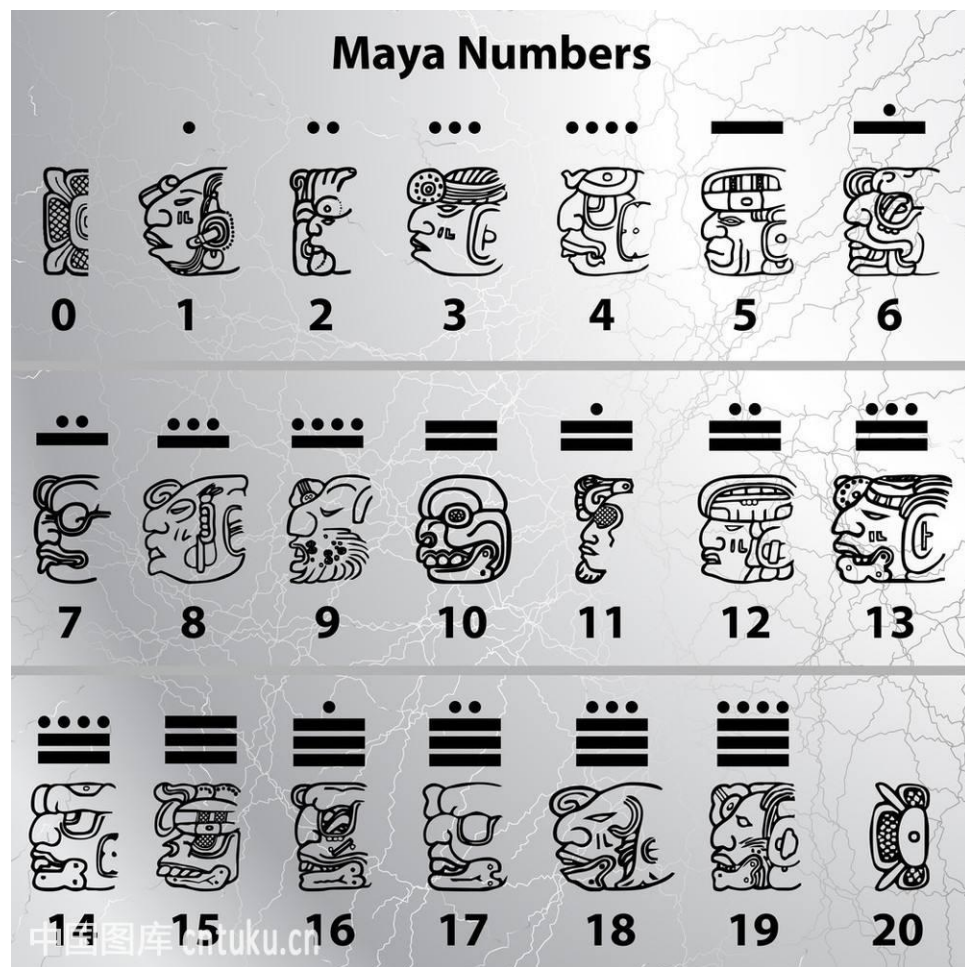
# 中国筹算数码

(公元前500年左右) (纵式、横式)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
								
								

# 玛雅数字















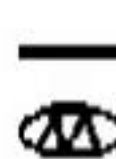
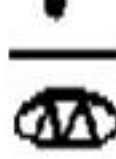
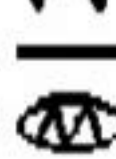
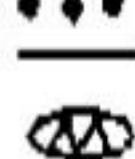
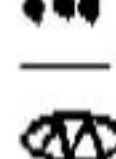
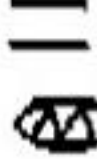
玛雅文明诞生于公元前10世纪，分为前古典期、古典期和后古典期三个时期，其中公元3至9世纪为其鼎盛时期。



## 6. 古代马雅的记数符号和记数方法

- 现在知道的最早的马雅文字，是公元前四世纪的石碑上的铭文。马雅人记数的方法是跟亚洲、非洲、欧洲文化完全隔绝的情况下产生和发展起来的。他们用点、横、椭圆三种符号，就能写出任何自然数。其中“点”表示1，“横”表示5，“圆圈”则表示相应的数乘以20倍（计算时间时则乘18倍）。

# 玛雅数字

									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
									
20	40	60	80	100	120	140	160	180	200

## 7. 古代印度的记数符号和记数方法

- 随着罗马帝国的衰落，数学研究的中心由亚历山大里亚转移到印度。公元五世纪，印度数学家创制了“零”的数字符号，开始是用一个圆点“.”，后来用一个圆圈“○”。“0”的数字符号出现，是对记数法的重要贡献，没有“0”，任何记数法的竖式运算都非常复杂。早期的印度数字符号见下图

୧	୨	୩	୪	୫	୬	୭	୮	୯	୦
୧	୨	୩	୪	୫	୬	୭	୮	୯	୦

# 印度婆罗门数字 (公元前300年左右)

卡罗什奇	I	II	III	X	IX	IIIX	IIIX	XX
婆罗门	—	=	≡	𐌶	𐌷	𐌸	𐌹	𐌺
	1	2	3	4	5	6	7	8

卡罗什奇	7	3	73	11	222	11321
婆罗门	𐌽	𐌾	𐌿	𐍀	𐍁	𐍂/0=
	10	20	30	100	200	122

印度的数字符号系统建立在四条严格的原则基础上：

- (1) 位置记数制，从右到左，由个位、十位、百位，...，逐位上升。
- (2) 十进制，逢十进一。
- (3) 加法制，实际数值为各位置数值相加的和。
- (4) 只用0至9的十个基本符号。

印度的数字符号系统，引起了计算技术的革命，之后产生了“九九”乘法表、开方法则以及三角函数表。这套符号系统，也为科技符号语言的产生和发展打开了一个良好的开端。

印度记数方法曾经传到中国是在唐代（公元七世纪），可惜没有在当时的中国流传开来，后来沿着一个相反的方向，经过阿拉伯流传到欧洲。

## 8. 阿拉伯记数符号的来历、演变和流传

- 公元七世纪，伊斯兰教的创始人穆罕穆德统一了阿拉伯，之后的三个世纪内，阿拉伯帝国向西通过北非扩展到西班牙，向东穿越西亚一直到达印度河流域。公元762年，巴格达已成为阿拉伯帝国的首都；从公元九世纪到文艺复兴以前，它一直是世界学术的中心。大约在公元800年，印度商人把印度数字符号带到了巴格达。阿拉伯人将它们稍加改动，加以推广使用。到十世纪，这套记数法传到了西班牙，从此被称为“阿拉伯数字”。在阿拉伯数字符号的流传中，东方阿拉伯人写的形态，与西方阿拉伯人写的形态渐渐产生差别。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
12世纪	l	??	∨	∩	∪	6	7	8	9	0
约1294年	1	2	3	∩	∪	6	∧	8	9	0
约1360年	1	2	3	∩	∪	6	∩	8	9	0
约1442年	1	2	3	∩	∪	6	∧	8	9	0
约1480年	1	2	3	4	5	6	∧	8	9	0

阿拉伯记数符号形态演变表

# 9. 记数符号演变进化的综合分析

年 代	记数符号演进	记数法特征
公元前30世纪 至公元前20世纪	古埃及、古巴比伦、古克里特 岛记数符号出现	对个位数、十位数、百位数、千位数、万位数、十万位数、百万位数等位值确定号，实际数值用符号的个数表示。是以位值为基础的记数方法。
公元前14世纪	古代中国记数符号出现	对一、二、三、四、五、六、七、八、九、十、百、千、万等数值确定符号，实际数值用十进制的位值和相应的记数符号组合表示。是个位数值和十以上位值相结合的记数方法。
公元前5世纪	古希腊记数符号完善	用24个希腊字母和3个外来字母逐一表示个位数、十位数、百位数，并用一道杠杠表示数的1000倍。称为字母表记数法。出现了“倍值”的符号和记数方法。
公元前5世纪	古罗马记数符号出现	对一、五、十、五十、百、五百、千等数值确定符号，实际数值用五进制、十进制和加法、减法和相应的符号组合表示。出现了用运算方式记数方法。
公元5世纪	古代印度记数符号出现	对零、一、二、三、四、五、六、七、八、九等数值确定符号，实际数值用十进制、加法的符号组合表示。现代阿拉伯数符及记数法出现雏形。
公元7世纪至12世纪	古印度记数符号及记数符号传入巴格达、西班牙，逐步改进并推广使用。并从西班牙开始称为“阿拉伯数字”。 形态逐渐演变，有的在继续在阿拉伯国家使用，有的演变为接近于现代阿拉伯数字。	
公元16世纪至今	阿拉伯数字从欧洲逐步向世界各国推行。期间发明十小数制、指数记数法。中国在19世纪开始通行使用。	

# 人教版一年级上

你知道吗?

我国古代用算筹(chóu)来表示数。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
纵式						┌	┌┌	┌┌┌	┌┌┌┌
横式	—	==	≡	≡	≡	└	└└	└└└	└└└└

算筹是用竹、木或骨等制成的细棍。

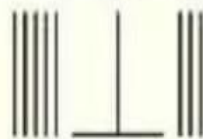
# 人教版二年级下



最早人们用石子记数。



后来用算筹记数。

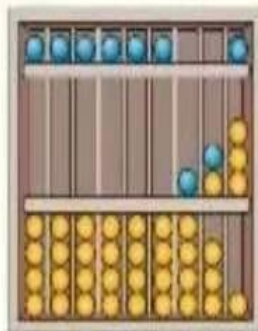


慢慢改进成用算盘记数。



你知道吗?

再往后用摆珠子  
的方式记数。



# 人教版三年级上



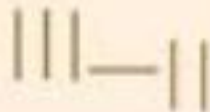
## ◎ 你知道吗? ◎

分数在我国很早就有了。最初分数的表示法跟现在不一样，例如， $\frac{3}{4}$ 表示成  $\begin{array}{c} ||| \\ ||| \end{array}$ 。后来，印度出现了和我国相似的分数表示法， $\frac{3}{4}$ 表示成  $\frac{3}{4}$ 。再往后，阿拉伯人发明了分数线，分数的表示法就成为现在这样了。

# 人教版三年级下

## 你知道吗？

我国古代用小棒表示数。为了表示小数，就把小数点后面的数放低一格。例如，把 3.12 摆成右图所示。这是世界上最早的小数表示方法。



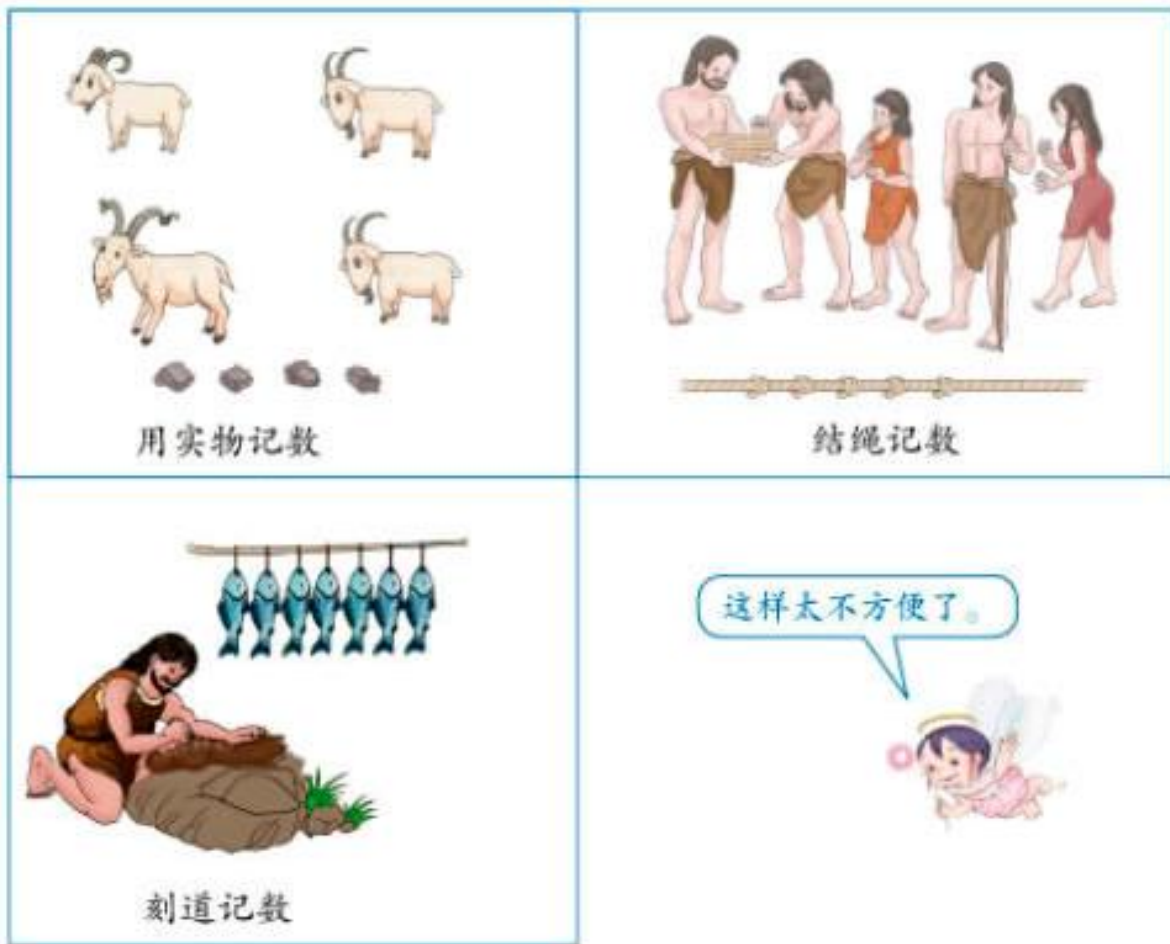
在西方，小数出现很晚。最早使用小圆点作为小数点的是德国数学家克拉维斯。

# 人教版四年级上



## 数的产生

古时候，人们在生产劳动中，逐渐有了计数的需要。



# 人教版四年级上

后来人们发明了一些记数符号，这些记数符号就叫做数字。

巴比伦数字： √ √√ √√√ √√√√ √√√√√ √√√√√√ √√√√√√√ √√√√√√√√ √√√√√√√√√

中国数字： | || ||| |||| ||||| T TT TTT TTTT

罗马数字： I II III IV V VI VII VIII IX



各个地区的数字不同，  
交流起来很不方便。

经过很长时间，才逐渐统一成现在这种通用的阿拉伯数字。

# 人教版四年级上



数字可以用来记录物体的个数。



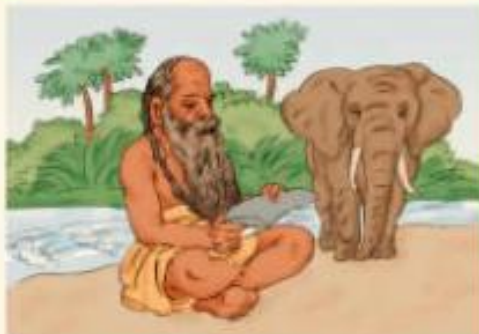
表示物体个数的1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ... 都是**自然数**。一个物体也没有, 用0表示, 0也是自然数。所有的自然数都是整数。

最小的自然数是0, 没有最大的自然数, 自然数的个数是无限的。

# 人教版四年级上



你知道吗?



大约在3世纪时，印度人发明了一种特殊的数字。



后来，这种印度数字传到了阿拉伯。



大约在12世纪时，阿拉伯商人又把印度数字带到了欧洲，欧洲人称它们为“阿拉伯数字”。

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

这就是今天的阿拉伯数字。

噢！原来阿拉伯数字不是阿拉伯人发明的。



慢慢地，阿拉伯数字成为一种通用的数字。

# 人教版四年级上



你知道吗?



2000多年前,我国古人用算筹记数。

起先没有0的记法。

1 2 3 4 5 6 7 8 9  
 纵式: | || ||| |||| ||||| ||||| ||||| |||||  
 横式: 一 二 三 三三 三三三 上 上上 上上上

用算筹记数有两种摆法。

≡ ≡  
 2 9

空一位表示0。

⊥ ≡ ||

||| ⊥  
 3 0 6

用纵横相间的方式表示一个数。

用□表示0。

⊥ □ ||  
 2 7 0 3

约700多年前,用○表示0。

|| = ○ ⊥ |

以后改用不同的方式表示0。



## 计算工具的认识

为了计算方便，人们发明了各种各样的计算工具。



二千多年前，中国人用算筹计算。



一千多年前，中国人又发明了算盘。



17 世纪初，英国人发明了计算尺。



17 世纪中期，欧洲人发明了机械计算器。



20 世纪 40 年代，诞生了第一台电子计算机。



20 世纪 70 年代，发明了电子计算器。

随着科学技术的进步，计算机不断更新。

# 人教版四年级上

# 人教版四年级上

## 算盘

算盘是我国古代的发明，是我国的传统计算工具，曾经在生产和生活中广泛应用，至今仍然发挥着它独特的作用。

中药划价用算盘  
很方便。



# 人教版四年级下

## 你知道吗？

小数是我国最早提出和使用的。

在公元3世纪，我国数学家刘徽就提出把整数个位以下无法标出名称的部分称为微数。

到了公元13世纪，我国元代数学家朱世杰提出了小数的名称。



刘徽



朱世杰

# 人教版六年级下

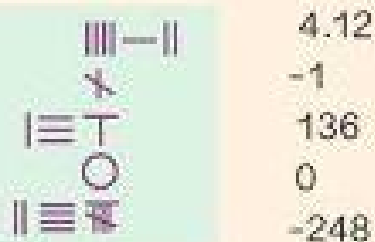
你知道吗？



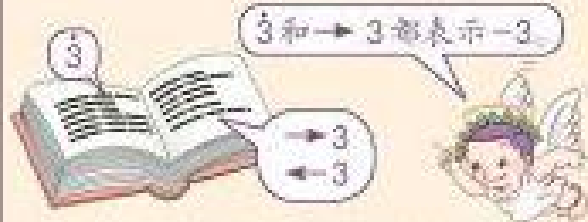
中国人很早就开始使用负数。在古代商业活动中，以收入为正，支出为负；以盈余为正，亏损为负。



我国古代数学家刘徽给出了用算筹区分正、负数的方法，即“正算赤，负算黑”，就是用红色算筹表示正数，黑色的表示负数。



由于记录时换色不方便，到了13世纪，数学家还创造了在数字上面画斜杠来表示负数的方法。



国外对负数的认识经历了一个曲折的过程，并且也出现了各种表示负数的形式。直到20世纪初，才逐渐形成现在的形式。

# 人教版七年级上

## 1.1 正数和负数

数的产生和发展离不开生活和生产的需要.



由记数、排序，产生数 1, 2, 3, ...



由表示“没有”“空位”，产生数 0



由分物、测量，产生分数  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ , ...

图 1.1-1

# 人教版七年级上

中国古代用算筹  
(表示数的工具) 进行  
计算, 红色算筹表示正  
数, 黑色算筹表示负数.



+3



-2

# 人教版七年级上

## 1.1 正数和负数

数的产生和发展离不开生活和生产的需要.



由记数、排序，产生数 1, 2, 3, ...



由表示“没有”“空位”，产生数 0



由分物、测量，产生分数  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ , ...

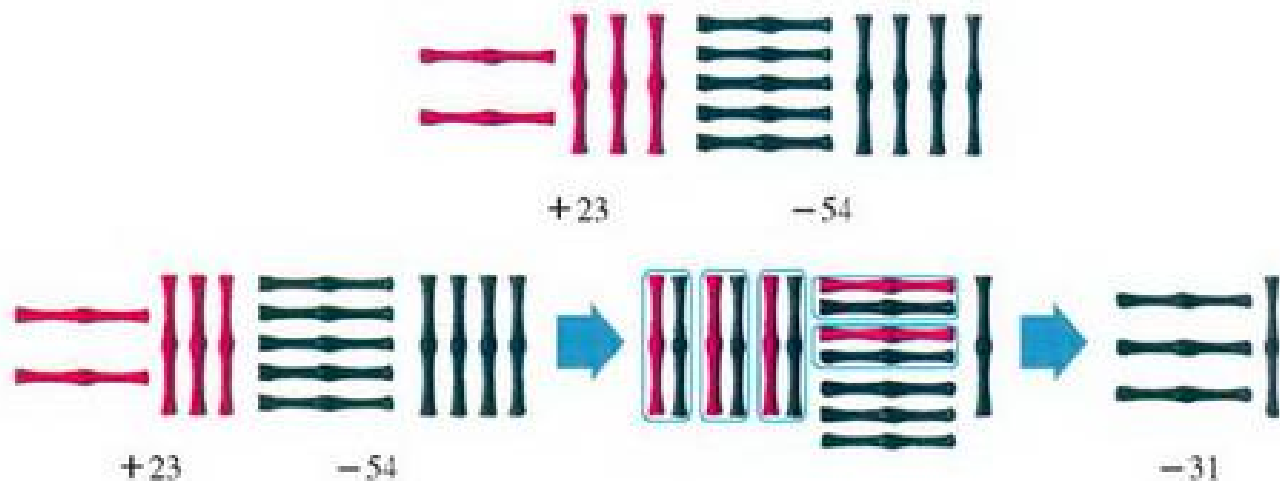
图 1.1-1

# 人教版七年级上

## 阅读与思考

### 中国人最先使用负数

中国人很早就开始使用负数。著名的中国古代数学著作《九章算术》的“方程”一章，在世界数学史上首次正式引入负数及其加减法运算法则，并给出名为“正负术”的算法。魏晋时期的数学家刘徽在其著作《九章算术注》中用不同颜色的算筹（小棍形状的记数工具）分别表示正数和负数（红色为正，黑色为负）。



“正负术”是正负数加减法则。其中有一段话是“同名相除，异名相益，正无入负之，负无入正之。”你知道它的意思吗？其实它就是减法法则，以现代算式为例，可以将这段话解释如下：

# 人教版七年级上

“同名相除”，即同号两数相减时，括号前为被减数的符号，括号内为被减数的绝对值减去减数的绝对值。例如

$$(+5) - (+3) = +(5-3),$$

$$(-5) - (-3) = -(5-3).$$

“异名相益”，即异号两数相减时，括号前为被减数的符号，括号内为被减数的绝对值加减数的绝对值。例如

$$(+5) - (-3) = +(5+3),$$

$$(-5) - (+3) = -(5+3).$$

“正无入负之，负无入正之”，即0减正得负，0减负得正。例如

$$0 - (+3) = -3,$$

$$0 - (-3) = +3.$$

史料证明：追溯到两千多年前，中国人已经开始使用负数，并应用到生产和生活中。例如，在古代商业活动中，以收入为正，支出为负；以盈余为正，亏欠为负。在古代农业活动中，以增产为正，减产为负。中国人使用负数在世界上是首创。

# 人教版七年级下



## 阅读与思考

### 为什么说 $\sqrt{2}$ 不是有理数

公元前6世纪古希腊的毕达哥拉斯学派有一种观点，即“万物皆数”，一切量都可以用整数或整数的比（分数）表示。后来，当这一学派中的希帕索斯（Hippasus）发现边长为1的正方形的对角线的长度不能用整数或整数的比表示，即 $\sqrt{2}$ 不是有理数时，毕达哥拉斯学派感到惊恐不安，由此，引发了第一次数学危机。

随着人们认识的不断深入，毕达哥拉斯学派逐渐承认 $\sqrt{2}$ 不是有理数，并给出了证明。下面给出欧几里得《原本》中的证明方法。

假设 $\sqrt{2}$ 是有理数，那么存在两个互质的正整数 $p, q$ ，使得

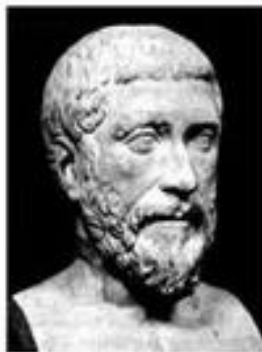
$$\sqrt{2} = \frac{p}{q},$$

于是

$$p = \sqrt{2}q.$$

两边平方得

$$p^2 = 2q^2.$$



毕达哥拉斯（Pythagoras，约公元前580—约前500），古希腊数学家，毕达哥拉斯学派的主要代表人物。

# 人教版七年级下

由  $2q^2$  是偶数，可得  $p^2$  是偶数，而只有偶数的平方才是偶数，所以  $p$  也是偶数，因此可设  $p=2s$ ，代入上式，得  $4s^2=2q^2$ ，即

$$q^2=2s^2.$$

所以  $q$  也是偶数。这样， $p$  和  $q$  都是偶数，不互质，这与假设  $p, q$  互质矛盾。

这个矛盾说明， $\sqrt{2}$  不能写成分数的形式，即  $\sqrt{2}$  不是有理数。实际上， $\sqrt{2}$  是无限不循环小数。

用类似的方法，你能证明  $\sqrt{2}$  不是有理数吗？

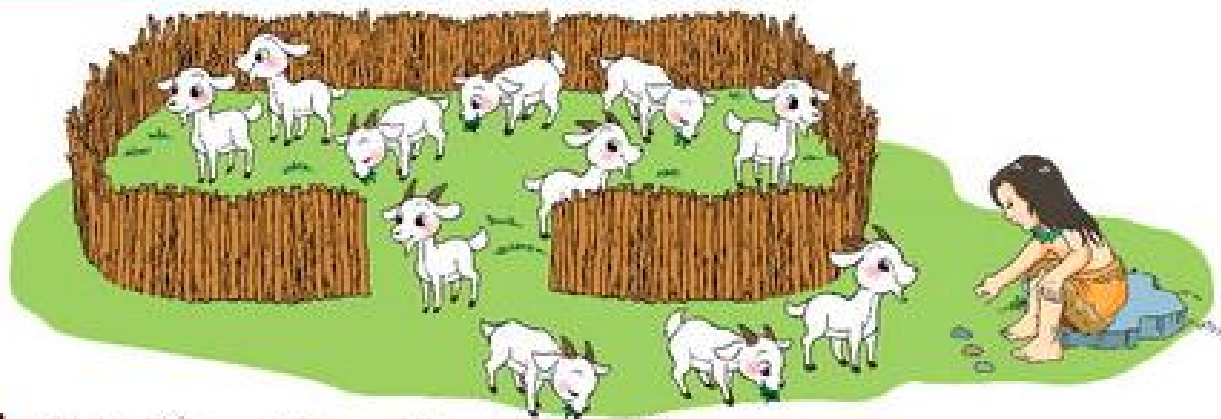
事实上，无理数只是一种命名，并非“无理”，而是实际存在的不能写成分数形式的数，它和有理数一样，都是现实世界中客观存在的量的反映。

# 北师大版一年级上

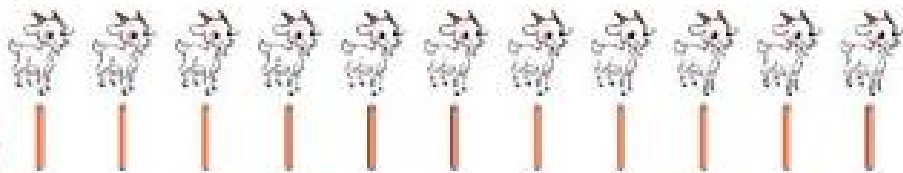
古人计数

## 七 加与减(二)

古人计数



● 用  代表 ，摆一摆，数一数。



1, 2, 3, 4, ...

比10多1, 是……

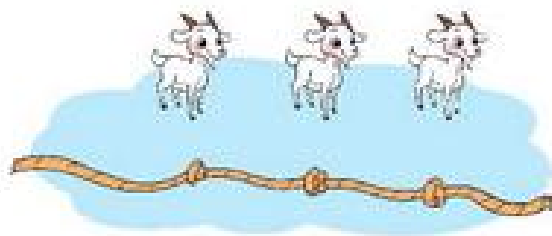


# 北师大版一年级上

## 古人计数

### 9. 读一读，讲一讲。

古时候，人们用在绳子上打结的方法来计数。比如，3只羊，就在绳子上打3个结来表示。



# 北师大版二年级下

## 三 生活中的大数

● 认一认，拨一拨。



算盘是中国人发明的计算工具，迄今已有一千多年的历史。用算盘计数，要先确定个位。个位上，1颗下珠表示一，1颗上珠表示五。

个位上满十，就往左面的一位（十位）进1。



说一说，你是怎样拨出2014的？

# 北师大版三年级上

## 中国古代记录数字的方法

中国最早记录数字的方法出现于公元前16~前11世纪的甲骨文。例如，2656表示为二〇五〇。为方便起见，公元前5世纪又出现了用算筹表示数。例如，6728表示为上Ⅱ=Ⅲ。



你知道吗

“小数”的名称是我国元代数学家朱世杰最先提出的。我国古代用小棒表示数，为表示小数，就把小数点后面的数放低一格，如2.15就摆成：



，这是世界上最早的小数表示方法。

# 北师大版三年级下



你知道吗

分数的表示经历了漫长的过程。

3000 多年前，  
埃及人用一个卵形  
记号“○”表示分  
子为 1 的分数。



2000 多年前，  
我国古代用算筹表  
示分数。



$\frac{1}{5}$

印度数学家在数学著作  
中这样表示分数。

$\frac{1}{5}$

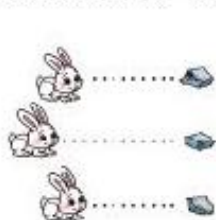
中间没有分数线。

阿拉伯数学家发明了分数线。

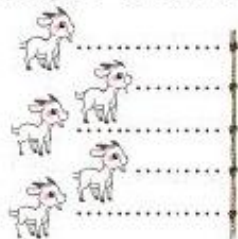
## 从结绳计数说起

你知道古人是怎么计数的吗？读一读。

远古时代，为了记下猎物的多少，人们用石子、结绳或刻痕等方式计数。



石子计数



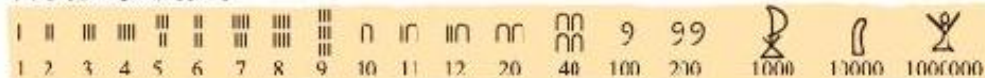
结绳计数



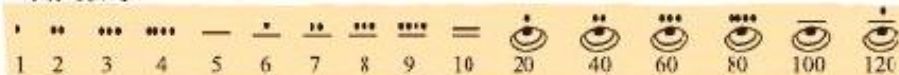
刻痕计数

后来人们逐渐发明了一些计数符号，五千年前，人们就开始使用各种符号来表示数了。

古埃及象形数字



玛雅数字



中国算筹数码



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

我们现在使用的从0到9的10个数字，可以表示任意一个数，这种数字称为印度-阿拉伯数字。

表示物体个数的0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...都是**自然数**。一个物体也没有，用0表示。0也是自然数。

# 北师大版四年级上



## 你知道吗

使用十进制计数，用少量的符号就可以表示任意自然数，这是数学历史上的一项伟大创造。在人们长期的实践中，根据需要逐渐形成了不同的进制。现在被广泛用于电子计算机中的有二进制；六十进制则被广泛用于时间和角度的表示上，如 $1\text{时}=60\text{分}$ ， $1\text{分}=60\text{秒}$ 。

生活中你还见过哪些不同的进制呢？你还想了解更多不同的进制吗？查查资料吧！

# 北师大版四年级上

## 神奇的计算工具




两千多年前，中国人用算筹计算。



一千多年前，中国人开始广泛使用算盘，使计算的速度快多了。



1822年，第一台能按一定程序自动控制的计算机诞生了。



1946年，美国人发明了世界上第一台电子计算机，每秒可以运算5000多次。

现在世界上运算最快的计算机每秒可以运算54902万亿次。

- 计算器是生活中常用的计算工具。关于计算器你已经知道了什么？

# 北师大版五年级下



你知道吗

你知道古埃及人怎样表示分数吗？他们用分子是1、分母是某一自然数（0和1除外）的分数（即几分之一）作为分数单位，并用它们的和表示其他分数（ $\frac{2}{3}$ 除外）。例如，他们想表示 $\frac{3}{10}$ ，不用“ $\frac{3}{10}$ ”，而是用“ $\frac{1}{5} + \frac{1}{10}$ ”来表示。你能用古埃及人的方法表示 $\frac{7}{24}$ 吗？



你知道吗

## 胡夫金字塔



古埃及金字塔是一种方锥形建筑物，其中以胡夫的金字塔最大。

据专家估计，如果将砌成胡夫金字塔的石块凿成像篮球大小的小石块，并把它们沿赤道排成一行，其长度约相当于赤道周长的 $\frac{2}{3}$ 。

你能求出小石块排成一行后的长度吗？





## 圆周率的历史



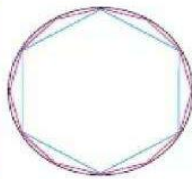
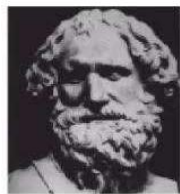
轮子是古代的重要发明。由于轮子的普遍应用，人们很容易想到这样一个问题：一个轮子滚一圈可以滚多远？显然轮子越大，滚得越远，那么滚的距离与轮子的直径之间有没有关系呢？

最早的解决方案是测量。当许多人多次测量之后，人们发现了圆的周长总是其直径的3倍多。在我国，现存有关圆周率的最早记载是2000多年前的《周髀算经》。



用测量的方法计算圆周率，圆周率的精确程度取决于测量的精确程度，而有许多实际困难限制了测量的精度。

公元前3世纪，古希腊数学家阿基米德发现：当正多边形的边数增加时，它的形状就越接近圆。这一发现提供了计算圆周率的新途径。阿基米德用圆内接正多边形和圆外切正多边形从两个方向上同时逐步逼近圆，获得了圆周率的值介于  $\frac{223}{71}$  和  $\frac{22}{7}$  之间。



在我国，首先是由魏晋时期杰出的数学家刘徽得出了较精确的圆周率的值。他采用“割圆术”一直算到圆内接正192边形，得到圆周率的近似值是3.14。刘徽的方法是用圆内接正多边形从一个方向逐步逼近圆。

# 北师大版六年级上



你知道吗

人们很早就认识了圆。在我国古代名著《墨经》中就有这样的记载：圆，一中同长也。你能尝试解释这句话的意思吗？

# 北师大版七年级上

## 读一读

### 负数小史

在人类生活中，早就存在着收入与支出、赢利与亏本等具有相反意义的现象。中国是最早采用正负数表示相反意义的量，并进行负数运算的国家。有关正负数的概念和运算法则的系统论述，记载于我国古代数学名著《九章算术》一书中，书中明确提出“正负术”，这是世界上至今发现的最早最详细的记载。公元3世纪，我国数学家刘徽在“正负术”的注文中指出：“今两算得失相反，要令正、负以名之。正算（筹）赤，负算（筹）黑，否则以邪正为异。”就是说，对两个得失相反的量，要以正、负加以区别。用红筹表示正，黑筹表示负，也可将算筹正放、斜放来区别。

在国外，负数概念的建立和使用，经历了一个曲折的过程。印度在公元7世纪出现了负数概念，并有了负数的运算，不过他们总把负数解释为负债。欧洲的数学家迟迟不承认负数，认为零是最小的数，而比零还小的数是不可思议的。欧洲最早承认负数的是17世纪法国数学家笛卡儿（René Descartes, 1596—1650），他承认解方程中出现的负根，不过他称之为“假根”。直到19世纪，负数在欧洲才获得普遍承认。

# 北师大版八年级上

## 无理数的发现

毕达哥拉斯学派是以古希腊哲学家、数学家、天文学家毕达哥拉斯 (Pythagoras, 约前 580 — 约前 500) 为代表人物的一个学派. 毕达哥拉斯学派发现了无理数, 这是数学史上的一件大事, 它导致了第一次数学危机.

毕达哥拉斯学派有一个信条: “万物皆数”, 即 “宇宙间的一切现象都能归结为整数或整数之比”, 也就是一切现象都可以用有理数去描述. 公元前 5 世纪, 毕达哥拉斯学派的一个成员希伯索斯 (Hippasus) 发现边长为 1 的正方形的对角线的长不能用整数或整数之比来表示. 这个发现动摇了毕达哥拉斯学派的信条, 引起了信徒们的恐慌. 据说, 希伯索斯为此被投入了大海, 他为发现真理而献出了宝贵的生命. 但真理是不可战胜的, 后来, 古希腊人终于正视了希伯索斯的发现, 并进一步给出了证明.

假设边长为 1 的正方形的对角线的长可写成两个整数  $p, q$  的比  $\frac{p}{q}$  ( $p, q$  互质), 于是有  $(\frac{p}{q})^2 = 2, p^2 = 2q^2$ .

因此,  $p^2$  是偶数,  $p$  是偶数.

于是可设  $p = 2m$ , 那么  $p^2 = 4m^2 = 2q^2, q^2 = 2m^2$ .

这就是说,  $q^2$  是偶数,  $q$  也是偶数. 这与 “ $p, q$  是互质的两个整数” 的假设矛盾.

从无理数的发现可以看出, 无理数并不 “无理”, 它和有理数一样, 都是现实世界中客观存在的量的反映.