第四讲

古代数学

包头师范学院
Baotou Teachers' College

4.2 中世纪的中国数学


博学笃行
齐志恒德



中世纪的中国数学

- 公元5世纪至公元15世纪。反映了中国传统数学发展第三次高峰——数学全盛时期，简述7位中国科学家的数学工作。

一、中算发展的第三次高峰：数学全盛时期

- 1、贾宪三角
- 贾宪（约公元11世纪）是北宋人，在朝中任左班殿值，约1050年完成一部叫《黄帝九章算术细草》的著作，原书丢失，但其主要内容被杨辉的《详解九章算法》摘录，因能传世。贾宪发明了“增乘开方法”，是中算史上第一个完整、可推广到任意次方的开方程序，一种非常有效和高度机械化的算法。在此基础上，贾宪创造了“开方作法本源图”（即“古法七乘方图”或贾宪三角），西方人叫“帕斯卡三角”或“算术三角形”，因为法国数学家帕斯卡（1623－1662年）于1654年发表论文《论算术三角形，以及另外一些类似的小问题》。

一、中算发展的第三次高峰：数学全盛时期

- 2、 隙积术
- 沈括（1030－1094年），北宋钱塘（今浙江杭州）人，北宋著名的科学家，1080年任延州（今陕西延安市）知州，因1082年的“永乐城（今宁夏银川附近）之战”败于西夏（1032－1227年）而结束政治生涯，经过6年的软禁之苦后，开始赋闲幽居生活。沈括一生论著极多，其中以《梦溪笔谈》（1093年）影响最大，内容包括数学、天文、历法、地理、物理、化学等领域，被英国著名科学史家李约瑟誉为“中国科学史的里程碑”。他对数学的主要成就有两项，会圆术（解决由弦求孤的问题）和隙积术（开创研究高阶等差级数之先河）。

一、中算发展的第三次高峰：数学全盛时期

- 3、天元术
- 李冶（金、元，1192－1279年），金代真定栾城（今河北栾城）人，出生的时候，金朝（1115－1234年）正由盛而衰，曾任钧州（今河南禹县）知事，1232年钧州被蒙古军所破，遂隐居于封龙山治学，潜心学问。1248年撰成代数名著《测圆海镜》，该书是首部系统论述“天元术”（一元高次方程）的著作，“天元术”与现代代数中的列方程法相类似，称未知数为天元，“立天元一为某某”，相当于“设x为某某”，可以说是符号代数的尝试，在数学史上具有里程碑意义。刘徽注释《九章算术》“正负术”中云：“正算赤，负算黑”，李冶感到用笔记录时换色的不便，便在《测圆海镜》中用斜画一杠表示负数。

一、中算发展的第三次高峰：数学全盛时期

- 4、大衍术
- 秦九韶（约1202－1261年），南宋普州安岳（今四川安岳）人，1247年完成数学名著《数书九章》。
- 《数书九章》是我国古算中最早用圆圈O表示0号的著作。
- 发展了一次同余组解法，创立了“大衍求一术”，明确给出一次同余组的一般性解法。意大利数学家斐波那契于1202年在《算盘书》中给出了两个一次同余问题，但没有一般算法，1743年瑞士数学家欧拉和1801年德国数学家高斯才对一次同余组进行了深入研究，重新获得与中国剩余定理相同的结果。
- 总结了高次方程数值解法，，提出了相当完备的“正负开方术”（现称秦九韶法）。1804年意大利数学家鲁菲尼才创立了一种逐次近似法解决数字高次方程无理根的近似值问题，而1819年英国数学家霍纳才提出与“增乘开方法”演算步骤相同的算法，西方称霍纳法。

一、中算发展的第三次高峰：数学全盛时期

- 5、 垛积术
- 杨辉（公元13世纪），南宋钱塘（今浙江杭州）人，曾做过地方官，足迹遍及钱塘、台州、苏州等地，是东南一带有名的数学家和数学教育家。
- 杨辉的主要数学著作之一《详解九章算法》（1261年）是为了普及《九章算术》中的数学知识而作，它从《九章算术》的246道题中选择了80道有代表性的题目，进行详解，其中主要的数学贡献是“垛积术”，这是在沈括“隙积术”的基础上发展起来的，由多面体体积公式导出相应的垛积术公式。
- 另一贡献是所谓的“杨辉三角”，其实是记载了贾宪的工作。

纵横图

- 纵横图，即所谓的幻方。早在汉郑玄《易纬注》及《数术记遗》都记载有“九宫”即三阶幻方，千百年来一直被人披上神秘的色彩。杨辉创“纵横图”之名。在所著《续古摘奇算法》上卷作出了多种多样的图形。图1是四阶纵横图；图2是百子图，即十阶纵横图。 其每行每列数之和为50—5(对角线数字之和不是505)；图3是“聚八”图，杨辉按“二十四子作三十二子用”设子的这种幻方共有四圈，每圈数字之和为100； 图4是“攒 九”图，用前33个自然数排列，达到“斜直周围各一百四十七”的效果。杨辉不仅给出了这些图的编造方法，而且对一些图的一般构造规律有所认识，打破了幻方的神秘性。这是世界上对幻方最早的系统研究和记录。自杨辉以后，明清两代中算家关于纵横图的研究相继不断。

4	9	5	16
14	7	11	2
15	6	10	3
1	12	8	13

图1 四阶纵横图

1	20	21	40	41	60	61	80	81	100
99	82	79	62	59	42	39	22	19	2
3	18	23	38	43	58	63	78	83	98
97	84	77	64	57	44	37	24	17	4
5	16	25	36	45	56	65	76	85	96
95	86	75	66	55	46	35	26	15	6
14	7	34	27	54	47	74	67	94	87
88	93	68	73	48	53	28	33	8	13
12	9	32	29	52	49	72	69	92	89
91	90	71	70	51	50	31	30	11	10

图2 十阶纵横图（百子图）

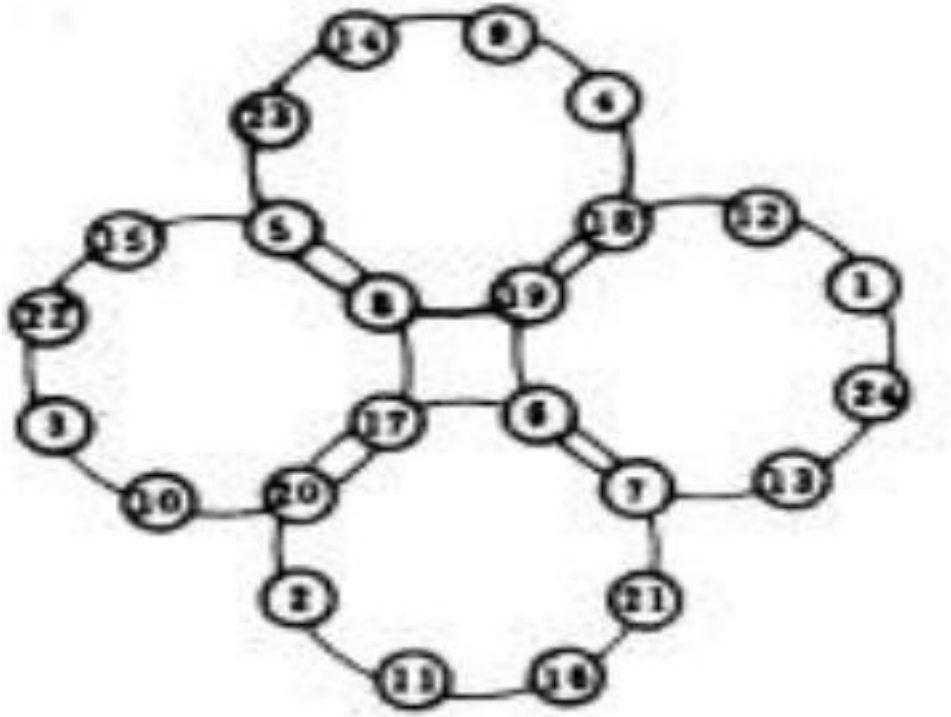

图3 “聚八”图

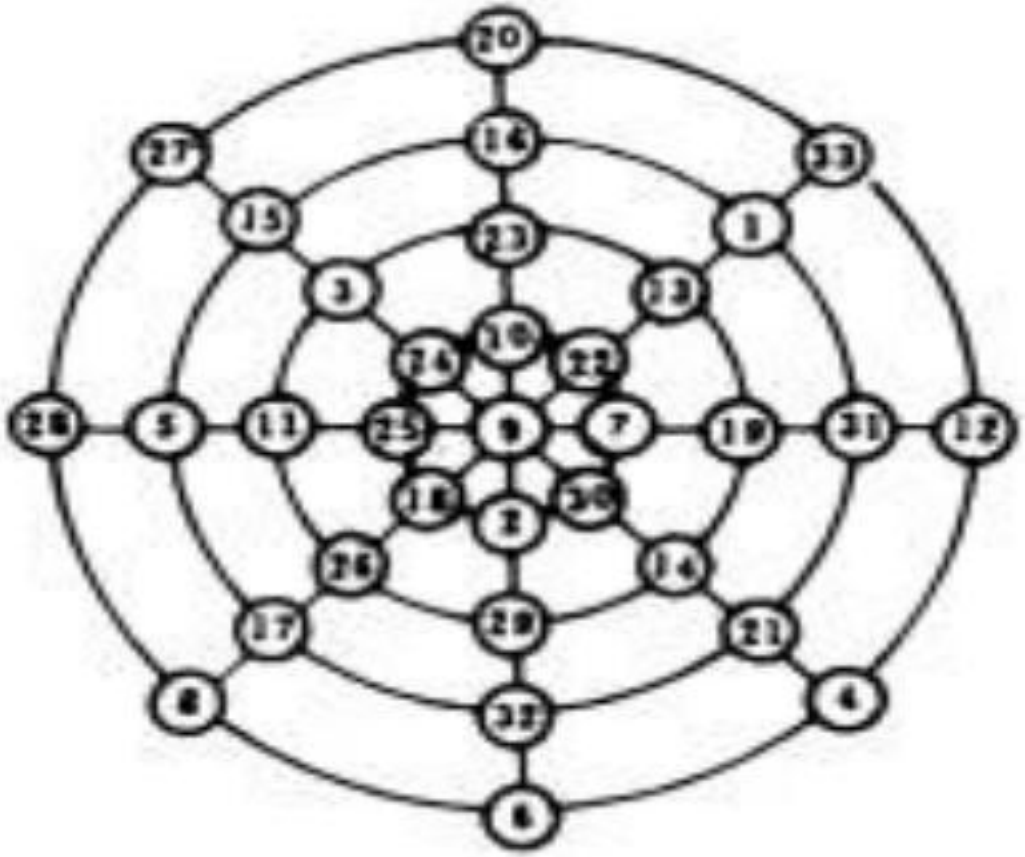

图4 “攒九”图

一、中算发展的第三次高峰：数学全盛时期

- 6、 四元术
- 朱世杰（约1260－1320年），寓居燕山（今北京附近），当时的北方，正处于天元术逐渐发展成为二元术、三元术的重要时期，朱世杰在经过长期游学、讲学之后，终于在1299年和1303年在扬州刊刻了他的两部代表作《算学启蒙》和《四元玉鉴》。
- 《算学启蒙》是一部通俗数学名著，出版后不久即流传至日本和朝鲜。就学术成就而论，《四元玉鉴》远超《算学启蒙》，它是中国宋元数学高峰的又一个标志，主要贡献有四元术和招差术（高次内插公式）。
- 四元术是多元高次方程列方程和解方程的方法，未知数最多可达四个，即天元、地元、人元和物元。如《四元玉鉴》卷首“假令四草”之“四象会元”，其中四元布列意为即元气（常数项）居中，天元（未知数x）于下，地元（未知数y）于左，人元（未知数z）于右，物元（未知数u）于上，所以上述方程指“ ”。

一、中算发展的第三次高峰：数学全盛时期

- 7 、内插法
- 郭守敬（1231－1316年），顺德邢台（今河北邢台）人，元代大天文学家、数学家、水利专家和仪器制造家，曾任工部郎中、太史令、都水监事和昭文馆大学士等官职。与太史令王恂（1235－1281年，一同吸收了前代历法的精华，运用宋金两朝的数学成就（包括沈括的会圆术），使用了三次内插公式，在1280年完成了中国古代最精密的历法《授时历》。设定一年为365.2425天，比地球绕太阳一周的实际运行时间只差26秒，早于欧洲1582年开始使用的“格里历”300年，使用时间长达363年（1281－1643年），中国古代的历法也发展到了高峰。
- 1276年，郭守敬根据镜成象原理发明了“景符”测影器，制造了世界闻名的简仪、高表、窥（kuí）几、仰仪、日晷（guǐ）、浑天象等12种天文仪器，元至元十三年（I276年）建造的河南登封观星台留存至今。

一、中算发展的第三次高峰：数学全盛时期

- 古希腊数学以几何定理的演绎推理为特征、具有公理化模式，与中国传统数学以计算为中心、具有程序性和机械性的算法化模式相辉映，交替影响世界数学的发展。这一时期创造的宋元算法，如隙积术、大衍术、开方术、垛积术、招差术、天元术等在世界数学史上占有光辉的地位。

二、中算的衰落

- 朱世杰可以被看作是中国宋元时期数学发展的总结性人物，是中国以筹算为主要计算工具的古代数学发展的顶峰，而《四元玉鉴》可以说是宋元（960－1368年）数学的绝唱。14世纪中、后叶，明王朝建立以后，统治者奉行以八股文为特征的科举制度，1370年明太祖朱元璋（1328－1398年）规定八股文为科举考试的主要文体，在国家科举考试中大幅度消减数学内容，明初起300余年内中国传统数学研究呈现全面衰退，致使明代大数学家看不懂宋元重要数学成就。明清两朝（1368－1911年）共543年，不仅未能产生出与《数书九章》、《四元玉鉴》相媲美的数学杰作，而且在18世纪中叶“乾嘉学派”重新发掘研究以前，像“四元术”这样一些宋元数学的精粹长期失传、无人通晓。

附一 15 - 17世纪的中国数学

- 两个特点：珠算发展，西学东渐。
- （一） 珠算
- 珠算盘是算筹的发展。珠算盘的记载最早见于元末陶宗仪的《南村辍（chuò）耕录》（1366年）。明代算盘完全取代了算筹，珠算开始普及于中国，现存最早的珠算书是1573年（明万历元年）闽建（今福建建瓯）徐心鲁订正的《盘珠算法》。
- 程大位（明，1533－1606年），安徽休宁（今屯溪）人，在1592年60岁时，编著了一部集珠算理论之大成的著作《直指算法统宗》，详述算盘的用法，载有大量运算口诀，流传朝鲜、日本和东南亚以外。
- 但实际上，珠算对筹算的取代，实际上却在一定程度上造成了建立于筹算基础上的中国古代数学的失传。

附一 15 - 17世纪的中国数学

- （二） 西方数学的传入
- 中国古代历史上，曾出现过两次大规模的外来文化传入：一次是公元一世纪到九世纪汉唐时期印度佛教文化的传入；另一次是明清之际西方基督教文化，特别是西方自然科学的传入。由于演算天文历法的需要，来华的西方传教士便将西方一些数学知识传入中国。
- 西方数学在中国早期传播的第一次高潮是从17世纪初到18世纪初（明末清初），标志性事件是欧几里得《原本》的首次翻译。
- 最早来中国从事传教活动的是明万历年间（1582年）来华的意大利传教士利玛窦（Matteo Ricci，1552－1610年），被中国人尊称为“西学东渐第一师”，中华世纪坛的世纪厅中有利玛窦（意，1552－1610年）的雕象。

附一 15 - 17世纪的中国数学

- （二） 西方数学的传入
- 1596年9月22日，利玛窦在南昌预测了一次日食，使他名声大振。1600年利玛窦与徐光启（明，1562－1633年）在南京相识，开始了他们之间的科学合作。
- 利玛窦第一次告诉中国的知识分子地球是圆的。
- 徐光启（明，1562—1633年），上海徐家汇（今属上海市）人，明末著名科学家，在数学、天文、历法、军事、测量、农业和水利等方面都有重要贡献，官至文渊阁大学士，第一个认识到中国的近代科学已经远远的落后于西方，中国放眼看世界的第一人，第一个把欧洲先进的科学知识，特别是天文学知识介绍到中国，同时注意总结中国的固有科学遗产，成为我国近代科学的启蒙大师。

附一 15 - 17世纪的中国数学

- （二） 西方数学的传入
- 1629年，徐光启被礼部任命督修历法，在他主持下，编译《崇祯历书》137卷。《崇祯历书》主要是介绍丹麦天文学家第谷•布拉赫（1546－1601年）的“地心说”（第谷认为地球在宇宙中心静止不动，行星绕太阳转，而太阳则率领行星绕地球转。这个体系虽在欧洲没有流行，但传入中国后曾被一度接受）。作为这一学说的数学基础，希腊的几何学，欧洲的三角学，以及纳皮尔对数、伽利略比例规等计算工具也同时介绍进来。《崇祯历书》（1634年修成），其中天文学和数学基本理论占全书30%，奠定了我国近300年历法的基础。

附一 15 - 17世纪的中国数学

- （二） 西方数学的传入
- 1634年，《崇祯历书》编撰完成，经过8次较量之后，崇祯皇帝最终相信西方天文学确实比中国的传统天文学更好，1644年他下令颁行天下。但是他诏书刚刚下去没几天，李自成的军队就打进了京城，颁行《崇祯历书》的命令还没有实施，明朝就崩溃了。汤若望（德，1592－1666年，1622年进入广东）把《崇祯历书》做了删改汤若望将《崇祯历书》删改为103卷，连同所编的新历本一起进呈清政府，献给满清政权。顺治皇帝给题写了书名，命名为《西洋新法历书》，将这个历法颁行天下。
- 在农业和水利上，编成巨著《农政全书》（1639年刻板付印）。
- 在数学上，1606年，徐光启与利玛窦合作完成了欧几里得《原本》前6卷的中文翻译，并于1607年在上海刊刻出版，定名《几何原本》，中文数学名词“几何”由此而来。

附一 15 - 17世纪的中国数学

- （三） 明末的中国科技
- 明朝（1368－1644年）、清朝（1616－1911年）。
- 李时珍（1518－1593年）《本草纲目》，徐光启（1562－1633年）《农政全书》，徐霞客（1586－1641年）《徐霞客游记》，宋应星（1587－ ？）《天工开物》。
- 思考：近代科学、近代数学为什么没有在中国形成?

附二　18世纪的中国数学

1、梅文鼎（清，1633－1721年），安徽宣城人，数学、天文方面造诣极深，大力阐扬“西学中源”，是中国传统数学处于沉寂和复苏交接时期承前启后、融会中西的数学家，被誉为清初“历算第一名家”和“开山之祖”。

- 《梅氏历算丛书辑要》62卷，内容包含代数、几何、三角，在数学方面最突出的成就属“三角学”的研究
- 梅瑴（jué）成（1681－1763年）《赤水遗珍》（1761）引入“杜德美（法，1668－1720年）法”，明安图（1692－1765年）、陈际新《割圆密率捷法》（1763，1774）给出证明了拓广。

附二 18世纪的中国数学

- 2、明安图（1692－1765年）清代蒙古族杰出数学家、天文学家，蒙古正白旗(今内蒙古锡林郭勒盟正白旗)人。以中国传统的数学，结合西方数学的成果，论证了三角函数幂级数展开式和圆周率的无穷级数表示式等九个公式，成功地解析了九个求圆周率的公式，写成《割圆密率捷法》一书。在清代数学界被誉为“明氏新法”，在我国数学史上占有重要地位。

附二 18世纪的中国数学

- 康熙（1654－1722年，在位1662－1722）提倡“西学中源”，康熙重视西方科学，亲自学习天文数学，1712年命梅文鼎之孙梅彀成（1681－1763年）编纂天文算法书。康熙“御定”、梅彀成等编纂《律历渊源》（100卷）（1721），其中《数理精蕴》（53卷）（1690－1721），分上下两编，上编包括《几何原本》、《算法原本》；下编包括算术、代数、几何、三角等内容，是一部较全面的初等数学百科全书，并有康熙“御定”的名义，对当时数学研究有一定影响，并使失传已久的天元术重新显露于世。
- 1723年，雍正（1678—1735年）即位后，对外闭关自守，导致西方科学停止输入中国。

附二 18世纪的中国数学

- 乾隆与嘉庆年间（1736－1820年）逐渐形成一个以考据学为主的“乾嘉学派”。1781年由总纂官纪昀（字晓岚，1724－1805年）穷毕生精力，率360位一流学士编成《四库全书》（1773－1781年）。《四库全书》著录的科技文献300余种、存目360余种，以数学、天学、农学、医学、生物学和地学方面的书籍最多，收录有“算经十书”、《数书九章》、《测圆海镜》、《算法统宗》等，《四元玉鉴》、《杨辉算法》等未收录。

附三 19世纪的中国数学

- **1、李善兰**（清，1811－1882年）
- 西方数学在中国早期传播的第二次高潮是从19世纪中叶开始。李善兰是这一时期最重要的中国算学家。李善兰，清浙江海宁人，自幼刻苦自习数学，9岁时，李善兰发现父亲的书架上有一本中国古代数学名著《九章算术》，感到十分新奇有趣，从此迷上了数学，14岁时，李善兰又靠自学读懂了欧几里得《几何原本》前六卷。



李善兰

- 李善兰集前人之大成，约1850年完成著作《**垛积比类**》，内容涉及组合数学，堪称杰作，其中以“**李善兰恒等式**”最负盛名，成为晚清中国数学具有世界意义的仅有成果。李善兰的主要著作都汇集在《**则古昔斋算学**》内，13种24卷，其中对尖锥求积术的探讨，已**初具积分思想**，对**三角函数与对数的幂级数展开式**、**高阶等差级数求和**等题解的研究，皆达到中国传统数学的很高水平。

附三　19世纪的中国数学

- **1、 李善兰**（清，1811－1882年）
- 1852年，李善兰到上海，参加墨海书馆编辑工作，翻译了部分西方学术著作。与英国伟烈亚力（A.Wylie，1815－1887年，1847年来华）翻译了欧几里得《**几何原本**》的**后9卷**（1857年），距徐光启等1607年译《几何原本》前6卷已整整250年，与伟烈亚力合译了英国赫歇耳（J.Herschel）的《**谈天**》（1858年），第一次把**万有引力定律及天体力学**知识介绍到中国，与英国艾约瑟（J.Edkins，1823－1905年，1848年来华）翻译了英国胡威立（W.Whewell）的《**重学**》（1859年出版），较系统地把**牛顿运动定律**等经典力学知识介绍到中国。更有意义的是，李善兰与伟烈亚力合译了中国第一部微积分学译本《**代微积拾级**》（1859）和代数学译本《**代数学**》（1859），将包括解析几何、微积分、无穷级数论等近代数学知识传入中国，并**创造了光怪陆离的符号体系，**今人读之，宛若天书。

附三 19世纪的中国数学

- **1、李善兰**（清，1811－1882年）
- 在《**代数学**》的译本中，首次使用了“**函数**”一词，有“凡式中含天，为天之函数”的句子。在《代微积拾级》一书中将“直线方程y=Ax+B，则y为x的函数”译为“直线之公式，地＝甲天上乙，则地为天的函数”。
- 此外，他还与伟烈亚力、傅兰雅（英，1839—1928年，1861－1893年来在华，1863年受聘任文书馆英语教习）合译过《**奈端数理**》（即**牛顿《自然哲学的数学原理》**），可惜没有译完，未能刊行。
- 李善兰一生翻译西方科技书籍甚多，将近代科学最主要的几门知识从天文学到植物细胞学的最新成果介绍传入中国，对促进近代科学的发展作出卓越贡献。李善兰在介绍和消化西方数学成果方面所出版的许多巨著，为我国现代数学的萌芽与发展奠定了基础，他既精于**中国古代的传统数学**，又能**吸收西方的一些数学观念加以揉合**，继梅文鼎之后，成为清代数学史上的又一杰出代表，代表了19世纪中国数学的最高峰。

附三 19世纪的中国数学

- **1、 李善兰**（清，1811－1882年）
- 先后入幕江苏巡抚徐有壬（1800-1860年）、两江总督曾国藩（1811—1872年），以精于数学，深得倚重，1860年起参与洋务运动中的科技活动。1862年（清同治元年），清王朝在京设立了中国历史上第一所培养翻译人才的学校“**京师同文馆**”。同治七年（1868），经广东巡抚郭嵩焘（1817—1891年）举荐，入京任同文馆天文算学馆担任**第一任数学教习**（即教授），历授户部郎中、总理衙门章京等职，加官三品衔。他以《**测圆海镜**》为基本教材，学通古今，融中西数学于一堂，培养人才甚多，生性落拓，淡于利禄，曾自署对联“小学略通书数，大隐不在山林”张贴门上，潜心科学，执教14年，直至逝世，为造就中国近代第一代科学人才做出了贡献。

附三 19世纪的中国数学

- 2、 华蘅芳（清，1833－1902年）
- 李善兰之后，引进西算影响最大的学者是中国清末**数学家、翻译家和教育家华蘅芳**（1833－1902年）。华蘅芳，江苏金匮（kuì，今无锡市）人，少年时酷爱数学，青年时游学上海，与李善兰交往，李氏向他推荐西方的代数学和微积分，对他走上数学道路有重要的影响。1868年江南制造总局开设翻译馆，华蘅芳积极从事、介绍西方先进的科学技术，对近代科学知识特别是数学知识在中国的传播，起到了重要的作用。华蘅芳与傅兰雅（英，1839—1928年）的重要数学译著是1872年的《**代数术**》，1874年的《微积溯源》，1880年的《**决疑数学**》（我国第一本**有关概率论**的数学译作）。华蘅芳的著作中，提到**行列式时倒是采用了西算的符号**。华蘅芳官至四品，但非从政，不慕荣利，穷约终身，坚持了科学、教育的道路，与李善兰等同为中国近代科学事业的先行者。

附三 19世纪的中国数学

- 2、 **华蘅芳**（清，1833－1902年）
- 我国采用**正负号**是从清末开始的。在1893年美国传教士潘慎文（A. P. Parker，1850-1924年，1875年来华）译文与谢洪赉（1872－1916年）笔述合译的《**代形合参**》（三卷，美国罗密士原著）一书中，作者则以“－天”表示“－x”。
- 1859年**李善兰**译的《**代数学**》中第一次讲到了**虚数**，并用符号表示，持勉强态度承认虚数的。1872年华蘅芳译的《**代数术**》中首次采用“**虚数**”，原意是“虚假的数”，并引用了记号**i**。